ХМЕЛЬНИЦЬКА ОБЛАСНА РАДА
ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ УПРАВЛІННЯ ТА ПРАВА
ІМЕНІ ЛЕОНІДА ЮЗЬКОВА

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи

________________ Ірина КОВТУН
(підпис) (ініціали, прізвище)

23 жовтня 2020 року

м.п.

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ
з навчальної дисципліни
«ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»
для підготовки на першому освітньому рівні
здобувачів вищої освіти ступеня бакалавра
за спеціальністю 072 Фінанси, банківська справа та страхування
галузі знань 07 Управління та адміністрування

м. Хмельницький
2020

ЗМІСТ

Стор.

1. Структура вивчення навчальної дисципліни

1.1. Тематичний план навчальної дисципліни

2. № теми	Назва теми	Кількість годин											
		Денна форма навчання						Заочна форма навчання					
		Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
			Лекції	Сем. (прак).	Лабор.	Ін.зав.	СРС		Лекції	Сем. (прак).	Лабор.	Ін.зав.	СРС
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Основні поняття теорії ймовірностей. Елементи комбінаторики. Операції над подіями. Теореми додавання і множення ймовірностей. Наслідки.	10	2	4	–	–	4		–	–	–	–	–
2	Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Баєсса. Випробування за схемою Бернуллі. Асимптотичні формули.	12	2	4	–	–	6		–	–	–	–	–
3	Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	14	2	4	–	–	8		–	–	–	–	–
4	Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	16	2	4	–	–	10		–	–	–	–	–

5	Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин	16	2	4	–	–	10		–	–	–	–	–
6	Векторні випадкові величини та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики	14	2	4	–	–	8		–	–	–	–	–
7	Закони великих чисел та центральна гранична теорема		2	4			6						
8	Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки. Методи перевірки статистичних гіпотез	14	2	4	–	–	8		–	–	–	–	–
9	Теорія кореляційно-регресійного аналізу	12	2	4	–	–	6		–	–	–	–	–
	Всього	120	18	36			66						

1.2. Лекції

№ з/п	Назва і план теми	Денна форма
1	2	3
1.	Основні поняття теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності та елементи комбінаторного аналізу.	2
1.1. 1.2. 1.3. 1.4.	Предмет теорії ймовірностей. Математична модель стохастичних експериментів. Алгебра випадкових подій. Класичне означення ймовірності. Основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, комбінації. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності та її властивості.	

2.	Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Баєсса. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі	2
2.1. 2.2. 2.3.	Умовна ймовірність та теорема добутку для залежних подій. Поняття попарної незалежності випадкових подій. Незалежність у сукупності. Повна група подій. Формула повної ймовірності та формули Баєса. Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Розподіл числа успіхів у серіях незалежних стохастичних експериментів.	
3.	Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	2
3.1. 3.2. 3.3. 3.4. 3.5. 3.6.	Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики розподілу: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти. Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі та його перетворення, розподіл Пуассона, геометричний розподіл.	
4.	Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	2
4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5.	Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин.	
5.	Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів імовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин	2
5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5.	Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Перетворення послідовностей незалежних випадкових величин. Гамма-розподіл. Нормальний закон розподілу ймовірностей та його стандартне представлення. Розподіли Стьюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом.	
6.	Векторні випадкові величини та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики	2
6.1. 6.2. 6.3.	Випадкові вектори та сумісний закон розподілу ймовірностей, його компонент. Маргінальні функції розподілу компонент випадкового вектора. Дискретні випадкові вектори. Маргінальні розподіли ймовірностей Абсолютно неперервні розподіли. Щільність сумісного розподілу та її властивості.	

6.4. 6.5. 6.6.	Характеристика сукупності незалежних випадкових величин. Числові характеристики сумісних розподілів систем випадкових величин: маргінальні та умовні. Коваріація та коефіцієнт кореляції двовимірного випадкового вектора.	
7.	Закони великих чисел та центральна гранична теорема	2
7.1 7.2 7.3. 7.4.	Збіжність послідовностей випадкових величин за ймовірністю та майже напевно. Нерівності Маркова та Чебишева. Закони великих чисел га умови їх виконання. Оцінювання відхилень статистичних частот за законом великих чисел Бернуллі. Слабка збіжність чи збіжність за розподілом. Центральна гранична теорема. Поняття про метод Монте-Карло.	
8.	Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки. Методи перевірки статистичних гіпотез.	2
8.1. 8.2. 8.3.	Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти. Статистичні оцінки та їх властивості. Властивості емпіричної функції розподілу. Властивості гістограми. Властивості вибіркових моментів.	
9.	Кореляційно-регресійний аналіз	2
9.1. 9.2. 9.3.	Використання кореляційно-регресійного аналізу. Розрахунок коефіцієнта кореляції. Розрахунок параметрів лінії регресії.	
	Усього	18

1.3. Семінарські заняття

Практичне заняття 1-2
Тема: Загальна характеристика управління проектами

Питання для усного опитування та дискусії

1. Предмет теорії ймовірностей. Математична модель стохастичних експериментів. Алгебра випадкових подій.
2. Класичне означення ймовірності. Основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, комбінації.
3. Геометричне означення ймовірності.
4. Статистичне означення ймовірності та її властивості.
5. Практичне застосування різних підходів до побудови імовірнісного простору.

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами тестових завдань з питань теми заняття.

Методичні вказівки

Вивчіть класичне означення ймовірності. Розв'яжіть запропоновані задачі.

Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є: класичне означення ймовірності, поняття комбінаторного аналізу, перестановки, розміщення, комбінації.

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні

теми студенту потрібно знати відповіді на такі питання:

1.Поясніть, що таке перестановки, комбінації, розміщення.

2.Що таке елементи комбінаторики з повтореннями ? Наведіть приклади на елементи комбінаторики без повторень і з повтореннями.

3.Які співвідношення між подіями Вам відомі? Наведіть приклади.

4.Сформулюйте основні операції над подіями та проілюструйте їх за допомогою діаграм Ейлера-Венна.

5.Запишіть формулу включень-виключень та наведіть приклади її використання.

Практичні завдання

№1. Пофарбований дерев'яний кубик розпиляли на а3 кубиків однакового розміру і старанно їх перемішали. Знайдіть ймовірність того, що взятий навмання кубик матиме одну зафарбовану грань.

№2.Учасники жеребкування тягнуть з ящика жетони з номерами від 1 до 80. Знайти ймовірність того, що номер першого, навмання витягнутого жетона не містить цифри 7.

№3. У коробці міститься 3 однакових кубика. На всіх гранях кожного кубика написана одна з наступних букв: И,М,Р. Знайти ймовірність того, що на взятих по одному і розміщених "в одну лінію" кубиках можна буде прочитати слово "мир".

№4.У замку на спільній осі а дисків, кожен з яких розділений на в секторів з різними написаними на них буквами. Замок відчиняється лише тоді, коли кожен диск займає одне певне положення відносно корпусу замка. Знайти ймовірність того, що при довільному встановленні дисків замок можна буде відчинити.

Практичне заняття 3-4

Тема: Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Баєсса. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі

1. Умовна ймовірність та теорема добутку для залежних подій.
2. Поняття попарної незалежності випадкових подій. Незалежність у сукупності.
3. Повна група подій. Формула повної ймовірності та формули Баєса.
4. Приклади використання при послідовній процедурі прийняття рішень (Баєсівський підхід).
5. Повторні незалежні випробування.
6. Схема Бернуллі.
7. Розподіл числа успіхів у серіях незалежних стохастичних експериментів

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань по варіантах з питань теми заняття.

Методичні вказівки

Вивчіть формулу Бернуллі, локальну і інтегральну теореми Лапласа. Розв'яжіть запропоновані задачі.

Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є: умовна ймовірність, теорема добутку для залежних подій, теорема добутку для незалежних подій, повна група подій, формула повної ймовірності, формули Баєса, схема Бернуллі, формула Пуассона

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах:

1. Теореми додавання для несумісних і для сумісних подій.
2. Теореми множення для залежних і незалежних подій.
3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.

4. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число появ події.
5. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.
6. Формула Пуассона

Практичні завдання

№1. Проведено а незалежних випробувань, у кожному з яких ймовірність появи події А дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що подія А з'явиться хоча б двічі у цих випробуваннях.

№2 Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,51. Знайти ймовірність того, що серед 81 новонароджених буде 41 хлопчик.

№3.Ймовірність появи події у кожному із 100 незалежних випробувань постійна і дорівнює р=0,7. Знайти ймовірність того, що подія з'явиться:

а)не менше а і не більше а+в раз;

б)не менше а раз;

в)не більше а-1 раз.

№4Товарознавець оглядає 2а+в зразків товарів. Ймовірність того, що кожен із зразків буде визнано придатним для продажу, дорівнює 0,8. Знайти найвірогідніше число зразків, які товарознавець визнає придатними для продажу.

№5Скільки потрібно провести незалежних випробувань з ймовірністю появи події у кожному випробуванні, рівною 0,4, щоб найвірогідніше число появ події у цих випробуваннях дорівнювало 30?

Практичне заняття 5-6
Тема: Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики

Питання для усного опитування та дискусії

1. Означення випадкових величин та їх класифікація.
2. Закон розподілу дискретної випадкової величини.
3. Числові характеристики розподілу: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.
4. Числові характеристики середнього арифметичного, сукупності випадкових величин. Властивості числових характеристик.
5. Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі та його перетворення, розподіл Пуассона, геометричний розподіл.
6. Приклади застосування стандартних розподілів у типових задачах на практиці

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань.

Методичні вказівки

Вивчіть дискретні та неперервні випадкові величини та їх числові характеристики. Розв'яжіть запропоновані задачі.

Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є: Дискретна випадкова величина, її закон розподілу, математичне сподівання, його зміст та властивості, дисперсія, її властивості, середнє квадратичне відхилення.

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах:

1.Які типи випадкових величин Вам відомі?

2.Що таке дискретна випадкова величина? Як її задають?
3.Наведіть кілька прикладів дискретних випадкових величин.
4.Що означає термін "математичне сподівання"?
5.Наведіть означення математичного сподівання та сформулюйте його властивості.
6.Чому виникає потреба ввести дисперсію випадкової величини?
7.Запишіть формули для обчислення дисперсії.
8.Які властивості дисперсії Вам відомі?
9.Які характеристики випадкових величин, крім М(х) та Д(х), Вам відомі?

Практичні завдання

№1.У партії деталей 15% нестандартних. Навмання відібрано а деталей. Написати біномний закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа нестандартних деталей серед відібраних. Побудувати многокутник одержаного розподілу.

№2.У партії з а+в деталей а стандартних. Навмання відібрано дві деталі. Скласти закон розподілу числа стандартних деталей серед відібраних.

№3.Проводиться вікторина, згідно з умовами якої учаснику А задають питання. Ймовірність того, що учасник А правильно відповість на будь-яке задане питання, дорівнює 0,8. Вікторина припиняється, як тільки учасник А не може відповісти на поставлене питання. Потрібно:

а)скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа питань, отриманих учасником А вікторини;

б)знайти найвірогідніше число к0 заданих учаснику А вікторини питань.

№4.Верстат-автомат штампує деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь виявиться бракованою, дорівнює 0,02. Знайти ймовірність того, що серед 100 деталей виявиться:

а)3 бракованих;

б)менше трьох бракованих;

в)більше трьох бракованих;

г)хоча б одна бракована.

Практичне заняття 7-8

Тема: Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики

Питання для усного опитування та дискусії

1. Означення неперервних випадкових величин.
2. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості.
3. Абсолютно неперервні випадкові величини.
4. Щільність розподілу та її властивості.
5. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин.
6. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин та їх властивості.

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань з питань теми заняття.

Методичні вказівки

Ознйомитися з властивостями неперервних та абсолютно неперервних випадкових величин. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики. Розв'яжіть запропоновані задачі.

1.Що таке неперервна випадкова величина? Наведіть приклади таких величин.

2.Дайте означення функції розподілу, доведіть її властивості.
3.Який вигляд має графік функції розподілу?
4.Наведіть графік функції розподілу дискретної випадкової величини.
5.Поясніть, що означає термін “щільність розподілу”.
6.Наведіть властивості функції розподілу, її можливі графіки.
7.Поясніть, який зв’язок існує між функцією розподілу та щільністю розподілу.
8.Як знайти математичне сподівання, дисперсію та інші числові характеристики неперервних випадкових величин?
9.Чи відомі Вам приклади застосування числових характеристик випадкових величин у процесі прийняття управлінських рішень?

Методичні вказівки

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*:** функції розподілу, щільність розподілу, зв’язок між ними, числові характеристики неперервних випадкових величин

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах: Числові характеристики неперервних випадкових величин. Застосування результатів теорії ймовірностей для прийняття управлінських рішень.

Практичні завдання

№1. Побудуйте графік функції розподілу F(x) для дискретної випадкової величини X, заданої законом розподілу

X	1	а	а+в	а+2в
P	0,1	0,3	0,4	0,2

№2. Випадкова величина X задана диференціальною функцією f(x)=c(x2+2x) в інтервалі (0;1). За межами інтервалу f(x)=0. Визначити параметр с, а також М(Х), Д(Х).

№3. Визначіть математичне сподівання і дисперсію рівномірного розподілу.

№4.Випадкова величина X приймає значення –а, -а+1,…,0,1,…,в з однаковими ймовірностями. Записати її ряд розподілу, а також знайти ряди розподілу таких випадкових величин: а) У=(с+1)Х; б) У=Х2.

№45.Випадкова величина X має рівномірний розподіл на відрізку [0,а]. Знайти закон розподілу випадкової величини У=φ(x), якщо:

$$\varphi(x)=\begin{cases} 0, x \le a/3, \\ b, a/3 < x \le a/2, \\ b+c+1, a/2 < x \le a, \\ 10b, x > a. \end{cases}$$

Практичне заняття 9-10

Тема: Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів імовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин

Питання для усного опитування та дискусії

1. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики.
2. Показниковий закон розподілу. Властивість відсутності післядії.
3. Перетворення послідовностей незалежних випадкових величин
4. Нормальний закон розподілу ймовірностей та його стандартне представлення.
5. Розподіли Стьюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом.

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань з питань теми заняття

Методичні вказівки

Вивчити запропоновані на лекції типи розподілів. Розв'яжіть запропоновані задачі.

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*:** Рівномірний розподіл, нормальний розподіл, розподіли Стьюдента та Фішера

Практичні завдання

№1.Задано таблицю розподілу двовимірної випадкової величини (Х,У):

У / Х	2	4	5
-3	0,01(а+в)	0,01в	0,01а
0	(15-а)/50	0,2	(25-в)/50

Потрібно:
а)знайти безумовні закони розподілу двовимірної випадкової величини (Х,У);
б)знайти умовний закон розподілу Х за умови, що У=-3;
в)знайти умовний закон розподілу У за умови, що Х=5;
г)з'ясувати, залежні чи ні випадкові величини Х і У.

№2. Система випадкових величин (Х,У) має такий розподіл імовірностей:

Х / У	0	а
3	0,2	0,15
5	0,15	0,15
7+в	0,1	0,25

Знайти:
а)математичні сподівання М(Х), М(У);
б)дисперсії Д(Х),Д(У).

№3.Система дискретних випадкових величин (Х,У) задана таблицею розподілу ймовірностей:

У	Х			
	-в-6	-в-4	-в-2	-в
10а	0,027	0,1	0,02	0,025
20а	0,05	0,023	0,05	0,1
30а	0,023	0,027	0,03	0,35
40а	0,05	0,05	0,05	0,025

Обчислити математичні сподівання М(Х) і М(У), середні квадратичні відхилення σ(Х) і σ(У), кореляційний момент cov(Х,У), коефіцієнт кореляції r(x,y), а також умовні математичні сподівання М(Х/У=40а) і М(У/-в-4).

№4.Система випадкових величин має щільність розподілу ймовірностей f(x,y)=c(xy+y2), де область Д задана системою нерівностей:
$0 \le x \le a$, $0{,}5 \le y \le x$. Знайти значення сталої с, математичні сподівання М(Х) і М(У), середні квадратичні відхилення σ(Х) і σ(У), кореляційний момент cov(X,У) і коефіцієнт кореляції r(x,y).
№5.Система випадкових величин (Х,У) має рівномірний розподіл імовірностей в області Д, що задається нерівностями: $0 \le x \le a$, $0 \le y \le в$. За межами області Д щільність розподілу імовірностей дорівнює нулю. Записати функцію щільності розподілу ймовірностей f(x,y).

Практичне заняття 11-12

Тема: Векторні випадкові величини та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики

Питання для усного опитування та дискусії

1. Випадкові вектори та сумісний закон розподілу ймовірностей, його компонент.
2. Маргінальні функції розподілу компонент випадкового вектора. Дискретні випадкові вектори.
3. Абсолютно неперервні розподіли. Щільність сумісного розподілу та її властивості. Маргінальні щільності розподілу компонент випадкового вектора.
4. Умовні закони розподілу ймовірностей випадкового вектора.
5. Характеристика сукупності незалежних випадкових величин.
6. Числові характеристики сумісних розподілів систем випадкових величин: маргінальні та умовні.
7. Коваріація та коефіцієнт кореляції двовимірного випадкового вектора

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань з питань теми заняття

Методичні вказівки

Вивчити запропоновані на лекції типи розподілів. Розв'яжіть запропоновані задачі.

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*:** двовимірна випадкову величина, умовне математичне сподівання, коваріація та коефіцієнт кореляції.

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах:

1.Як задають двовимірну випадкову величину?

2.Які основні характеристики двовимірної випадкової величини?

3.Як знайти умовне математичне сподівання?

4. Як обчислити кореляційний момент?

5.Що таке коефіцієнт кореляції та як його знайти?

Практичне заняття 13-14

Тема: Закони великих чисел та центральна гранична теорема

Питання для усного опитування та дискусії

1. Збіжність послідовностей випадкових величин за ймовірністю та майже напевно. Нерівності Маркова та Чебишева.
2. Закони великих чисел га умови їх виконання. Оцінювання відхилень статистичних частот за законом великих чисел Бернуллі.
3. Слабка збіжність чи збіжність за розподілом.
4. Центральна гранична теорема.
5. Поняття про метод Монте-Карло.
6. Застосування граничних теорем при формуванні теоретичної бази математичної статистики

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами лабораторного завдання по імітаційному моделюванню.

Методичні вказівки

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах: Метод Монте-Карло – це чисельний метод, основу якого становить одержання великого числа реалізацій випадкового процесу, який формується так, щоб імовірнісні характеристики (математичні очікування, імовірність деяких подій, імовірність попадання траєкторії процесу в деяку область тощо) дорівнювали певним величинам задачі, яка розв'язується. Метод Монте-Карло ґрунтується на імітації масового процесу шляхом вирахування його ходу, в якому випадкові коливання визначаються за допомогою жеребка або таблиці випадкових чисел. Економічний експеримент може замінюватися статистичними випробуваннями моделі економічного процесу. Побудова цієї моделі може ґрунтуватися на розподілі випадкових величин у досліджуваному процесі.

Таким чином, сутність методу Монте-Карло полягає в тому, що замість аналітичного описання системи масового обслуговування здійснюється "розіграш" випадкового процесу, який відбувається в системі масового обслуговування, шляхом спеціально організованої процедури. В результаті такого "розіграшу" здійснюється кожного разу нова, відмінна від інших реалізація випадкового процесу. Цю множину реалізацій можна використати як деякий штучно отриманий статистичний матеріал, що обробляється звичайними методами математичної статистики. Після такої обробки можуть бути отримані майже будь-які характеристики обслуговування.

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*:** послідовності випадкових величин, збіжність, метод Монте-Карло, граничні теореми.

Практичне заняття 15-16

Тема: Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки. Методи перевірки статистичних гіпотез

Питання для усного опитування та дискусії

1. Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл.
2. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти.
3. Статистичні оцінки та їх властивості.
4. Властивості емпіричної функції розподілу.
5. Властивості гістограми. Властивості вибіркових моментів.

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань з питань теми заняття

Методичні вказівки

Ознайомтеся з основними поняттями математичної статистики і виконайте наступні завдання.

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*:** поняття про статистичну оцінку, точкові та інтервальні оцінки, метод моментів, метод найбільшої правдоподібності, статистична гіпотеза, критерії t¯x, tω., критерій “хі-квадрат” при обробці кількісних і якісних даних.

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах:

1. Що вивчає математична статистика?

2.Що таке генеральна сукупність, вибіркова сукупність? Які способи відбору Вам відомі?

3.Які способи представлення статистичного матеріалу Вам відомі?

4.Наведіть означення моди, медіани.

5.Як знайти вибіркову середню, вибіркову дисперсію, вибіркове середнє квадратичне відхилення?

6.Як знайти моменти статистичної змінної, а також асиметрію , ексцес?

Практичні завдання

№1.Знайдіть емпіричну функцію F*(x), а також побудуйте полігони частот і відносних частот за даним розподілом вибірки:

хі	1	а	а+в	а+2в
пі	10	30	40	20

№2.У наступній таблиці відображено розподіл заробітної плати в умовних одиницях 500 робітників деякої фірми.

Розмір Зарплати	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140
Число робітників	8	32	51	59	140	115	70	25

Побудувати гістограми частот і відносних частот. Обчислити: моду, медіану, середнє вибіркове, варіанту, стандарт, перший і третій квартилі, інтерквантильну широту, другий центральний момент, асиметрію та ексцес.

№3.На одному з відрізків залізниці планується створити зупинку пасажирського поїзда. Розподіл населених пунктів з чисельністю їх населення наведено в наступній таблиці

Розміщення насел. п. (км)	3	3+а	3+а+в	3+2а+в	3+2(а+в)	3+2а+3в	3(1+а+в)
Чисель.нас. (тис. чол.)	1	3	5	2(а+в)	4	6	10

На якому кілометрі залізниці потрібно розташувати цю зупинку, щоб сумарна відстань, яку покриватимуть потенційні пасажири до цієї зупинки, була найменшою?

Практичне заняття 17-18

Тема: Кореляційно-регресійний аналіз

Питання для усного опитування та дискусії

1. Використання кореляційно-регресійного аналізу.
2. Розрахунок коефіцієнта кореляції.
3. Розрахунок параметрів лінії регресії.

Аудиторна письмова робота

Виконання студентами практичних завдань з питань теми заняття

Методичні вказівки

Ознайомтеся з лінійною і нелінійною кореляцією, з однофакторним дисперсійним аналізом і виконайте наступні завдання.

***Ключовими термінами, на розумінні яких базується засвоєння навчального матеріалу теми, є*: МНК, лінія регресії, значущість, лінійна кореляція, нелійна кореляція, дисперсія, кореляційна таблиця.

З метою глибокого засвоєння навчального матеріалу при самостійному вивченні теми студенту варто особливу увагу зосередити на таких аспектах:

1.У чому полягає основна задача теорії кореляції?
2.Що таке метод найменших квадратів?
3.Як знайти параметри прямої лінії регресії методом найменших квадратів?
4.Як знайти коефіцієнт кореляції і як перевірити його на значущість?
5.Наведіть приклад побудови прямої лінії регресії за даними кореляційної таблиці.
6.Що таке нелінійна кореляція? Наведіть приклади лінеаризації кривих.
7.Як побудувати логістичну криву?
8.У чому полягає основна задача дисперсійного аналізу?
9.Чим відрізняються загальна, факторна і залишкова суми квадратів відхилень?
10.Як порівняти середні методом дисперсійного аналізу? Наведіть приклад.

Практичні завдання

№1.Знайти вибіркове рівняння прямої лінії регресії У на Х за даними кореляційної таблиці:

Х	У				
	10+в	13+в	16+в	19+в	22+в
10а	7	13	-	-	-
11а	1	12-а	10+а	-	-
12а	-	4	8+в	14-в	-
13а	-	-	2	10	8
14а	-	-	-	4	7

№2.За щоденними даними першої декади сезону рівня забезпеченості у населення послугою масового попиту встановити логістичну залежність y(t) і вказати (в середньому):

1)рівень забезпеченості на початок сезону;

2)рівень забезпеченості при t=30 днів;

3)день максимального попиту;

4)час, коли населення буде забезпечене послугою на 85%.

Провести обчислення для таких даних:

Час t (днів)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рівень забезп.	0,20	0,21	0,21	0,22	0,23	0,23	0,24	0,25	0,26	0,28

1.4. Самостійна робота студентів

Самостійна робота студента є однією з основних складових оволодіння навчальним матеріалом і виконується в позааудиторний час, передбачений тематичним планом навчальної дисципліни.

Під час вивчення навчальної дисципліни студенти повинні навчитися самостійно мислити, поглиблювати засвоєні теоретичні знання, опановувати практичні навики. Відповіді на питання повинні бути стисло законспектовані (у друкованому вигляді) з обов‘язковими посилання на використані джерела.

1. Що називається простором *елементарних подій*? Що називається *подією*? Які виходи називають *рівноможливими*? Які виходи називаються *сприятливими* для даної події? В чому полягає класичне означення імовірності і коли воно застосовується? Навести формули і приклади обчислення кількості розміщень, кількості переставлень, кількості сполучень і кількості розміщень з повтореннями.
2. Які події називаються *достовірними і неможливими*? Які події називаються *несумісними*? Яка множина подій називається *повною групою подій*? Які події називаються *протилежними*? Які події називаються *незалежними*?

   Що називається *сумою* скінченної кількості подій?

   Що називається *добутком* скінченної кількості подій?
3. У чому полягає теорема додавання імовірностей? У чому полягає теорема множення імовірностей? Що таке *умовна ймовірність* події? Як знайти імовірність того, що відбулася хоча б одна подія з даних подій, якщо відомі імовірності даних подій?
4. В чому полягає *формула повної імовірності*? В чому полягають формули Бейєса?
5. Що таке послідовність незалежних іспитів з двома виходами? В чому полягає формула Бернуллі?
6. Сформулювати теорему Пуассона. Сформулювати локальну теорему Муавра—Лапласа. Сформулювати інтегральну теорему Лапласа.
7. Що таке закон розподілу дискретної випадкової величини? Що таке *функція розподілу* випадкової величини і які її властивості? Які особливості має функція розподілу дискретної випадкової величини? Як визначаються математичне очікування, дисперсія і середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини?
8. Чим відрізняється дискретна випадкова величина від неперервної випадкової величини? Що таке *функція щільності імовірності* неперервної випадкової величини і які її властивості? Як пов’язані між собою функція розподілу неперервної випадкової величини і функція щільності імовірності цієї випадкової величини? Як визначаються математичне сподівання, дисперсія і середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини? Як визначити імовірність того, що випадкова величина набуде значення з заданого інтервалу?
9. Що називається сумою дискретних випадкових величин? Які випадкові величини називаються незалежними? Що називається добутком незалежних дискретних випадкових величин? Властивість математичного сподівання добутку і дисперсії суми незалежних випадкових величин. Біноміальний розподіл та його числові характеристики. Рівномірний розподіл і його числові характеристики.
10. Нормальний розподіл і його числові характеристики. Нормований нормальний розподіл. Функція Лапласа і її властивості. Імовірність прийняття нормально розподіленої випадкової величини значень з заданого інтервалу. Центральна гранична теорема. Правило трьох сигм.
11. В чому полягає закон великих чисел? Нерівність Чебишева з математичним сподіванням і нерівність Чебишева з дисперсією. Практичне значення нерівності Чебишева. (на самостійне опрацювання)
12. Поняття про систему двох випадкових величин. Закон розподілу імовірності дискретної двомірної випадкової величини. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції і його властивості. Лінійна регресія. Прямі лінії регресії.

1.5. Індивідуальні завдання

З цієї навчальної дисципліни можливе (за бажанням студента) виконання *індивідуальних робіт* за наступними варіантами:

Варіант 1

1. На складі взяли 5 мішків борошна I ґатунку і 7 мішків борошна II ґатунку. Довільні 6 мішків з 12 витратили на приготування одного з видів паляниць. Знайти імовірність того, що половина з цих 6 мішків борошна виявилася борошном I ґатунку.

2. Відбувається два постріли по мішені. Чи будуть несумісними дві події: відбулося хоча б одне влучення або був хоча б один промах ?

3. Імовірність того, що один з трьох ліфтів виявиться в даний момент на першому поверсі, дорівнює 0,1. Яка імовірність того, що хоча б один ліфт виявиться на першому поверсі?

4. 30% приладів збирає спеціаліст високої кваліфікації і 70% — середньої. Надійність приладу, зібраного спеціалістом високої кваліфікації, дорівнює 0,9, приладу, зібраного спеціалістом середньої кваліфікації, — 0,8. Взятий прилад працює безвідказно. Визначити ймовірності того, що він зібраний спеціалістом високої кваліфікації.

5. Імовірність того, що витрата води на деякому підприємстві виявиться нормальним, дорівнює 0,75. Знайти імовірність того, що у найближчі 6 днів витрата води буде нормальною протягом 3 днів.

6. При деякому випробуванні імовірність позитивного виходу дорівнює 0,8. Знайти імовірність того, що число позитивних виходів при 200 випробуваннях буде не менше 170.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини x заданий таблицею:

x	–7	– 6	–5	– 4	–3
p	0,2	0,25	0,1	0,15	0,3

Знайти функцію розподілу випадкової величини x і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини x.

8. Відомо, що випадкова величина $X(\delta,\delta)$ може набувати значення 1, 2 і 3. Знайти імовірності цих значень, якщо математичне сподівання цієї випадкової величини дорівнює 1,8, а дисперсія дорівнює 0,56.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин x і y, якщо відомий двовимірний розподіл цих величин

y \ x	1	2	3	4
–2	0,1	0,1	0,05	—
–1	0,05	0,2	0,2	0,05
0	—	—	0,05	0,2

Варіант 2

1. Виготовлено 6 замків, ключі до яких змішані. Випадково беруть два ключа і два замка. Яка імовірність того, що обрані ключі підійдуть до взятих замків?

2. Здійснюється 3 постріли по мішені. Переличити елементарні виходи, з яких складаються події, які отримуємо як суму і як добуток таких подій: відбулося рівно одне попадання; при повторному пострілі не було попадання.

3. Яка імовірність, що довільно обрані 3 людини народилися в один і той самий день тижня?

4. В ящику 12 сталевих і 8 мідних деталей. Імовірність того, що сталева деталь буде придатної при збиранні дорівнює 0,95, мідна — 0,97. Знайти імовірність того, що випадково взята з ящика деталь виявиться придатною.

5. Студенту задають 6 питань. На кожне питання дано чотири можливих відповіді, з-поміж яких необхідно вибрати одну правильну. Яка ймовірність того, що при простому вгадуванні виявиться не менш ніж на 5 питань?

6. Яка імовірність того, що серед 200 чоловік виявиться якнайменше 4 лівші, якщо в середньому лівші складають 1%?

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини x задано таблицею

x	1	3	5	7	9	11
p	0,1	0,15	0,1	0,15	0,1	0,4

Знайти функцію розподілу випадкової величини $X(\delta,\delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини x.

8. Екзаменатор задає студентові додаткові питання. Імовірність того, що студент відповість на задане питання дорівнює 0,9. Викладач перериває іспит, як тільки студент виявляє незнання

заданого питання або коли кількість запитань досягає 5. Знайти закон розподілу числа додаткових питань. Визначити математичне сподівання випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *x* і *y*, якщо відомий є двовимірний розподіл цих величин:

$y \backslash x$	–2	–1	0
2	0,3	—	—
3	—	0,2	0,1
4	—	0,1	0,3

Варіант 3

1. Чотири робітника прийшли на роботу до цеху, в якому працюють 12 робітників. З усіх робітників сформували випадковим чином 2 групи по 8 осіб у кожній. Знайти ймовірність того, що робітники які тільки що прийшли, будуть в одній групі.

2. Монета підкидається 3 рази. Чи є незалежними події: поява герба на перших двох підкиданнях; поява цифри хоча б в одному з останніх підкидань?

3. Знайти ймовірність того, що виріб, який складається з трьох деталей, вийшов з ладу через несправність як мінімум двох деталей, якщо імовірність виходу з ладу деталей дорівнює 0,2; 0,3; 0,1.

4. З I автомату на збирання потрапляє 40 %, з II — 30 %, з III — 20 %, з IV — 10 % деталей. Серед деталей першого автомату 0,1 % бракованих, другого — 0,2 %, третього — 0,5 %, четвертого — 0,5 %. Знайти імовірність того, що на збирання потрапила бракована деталь.

5. Завод, що виготовляє радіолампи, дає 5 % браку. На випробування взято 3 радіолампі. Знайти імовірність того, що серед них буде не більше двох зіпсованих.

6. Імовірність неточного збирання приладу дорівнює 0,2. Знайти імовірність того, що серед 500 приладів виявиться від 410 до 430 точних.

7. Закон розподіл дискретної випадкової величин *X* задано таблицею

X	–2	0	2	4	6	8
p	0,05	0,2	0,15	0,1	0,25	0,25

Знайти функцію розподілу випадкової величини *X* і побудувати її графіки. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*.

8. В двох ящиках лежать по десять шарів з цифрами. В першому лежить один шар з цифрою 1, 5 шарів з цифрою 2 і 4 шари з цифрою 3. У другому ящику лежать два шари з цифрою 1, 7 шарів з цифрою 2 і 1 шар з цифрою 3. Одночасно виймаємо по одному шару з обох ящиків. Добуток цифр, що написані на витягнутих шарах, є випадковою величиною. Знайти закон розподілу і математичне сподівання цієї випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *X* і *Y*, якщо відомий двовимірний розподіл цих величин:

$X \backslash Y$	–2	–1	0
0	0,3	0,05	—
1	0,05	0,2	0,05
2	—	0,05	0,2
3	—	—	0,1

Варіант 4

1. В ліфт на першому поверсі увійшли 3 чоловіки і 3 жінки. Кожний з 6 осіб з однаковою імовірністю виходить на одному з 3х верхніх поверхів. Яка імовірність того, що на кожному з цих поверхів вийде один чоловік і одна жінка.

2. Підкидаються дві гральні кості. Чи протилежні події: поява хоча б однієї парної цифри на першій кості; поява хоча б одної непарної цифри на другій кості?

3. На підприємстві 96 % виробів виробляють придатними. В кожній сотні придатних деталей виявляється 75 виробів I ґатунку, інші — другого ґатунку. Знайти імовірність того, що випадково взятий виріб підприємства буде II ґатунку.

4. Кінескоп телевізора може належати до однієї з трьох партій з імовірностями 0,25; 0,5 і 0,25. Імовірності того, що кінескоп працюватиме задану кількість годин для цих партій відповідно дорівнюють 0,2; 0,4 і 0,1. Кінескоп не пропрацював задану кількість годин. Визначити ймовірність того, що він не взятий з другої партії.

5. Опитування показало, що в деякому місті 60 % працюючого населення витрачає менше 30 хв. на проїзд до місця роботи. Знайти імовірність того, що з 5 довільно обраних працюючих не менше двох витрачають на дорогу більше 30 хв.

6. Імовірність виходу з ладу верстата після визначеного часу роботи дорівнює 0,7. Знайти імовірність того, що в цеху, в якому 200 верстатів, до кінця вказаного часу вийдуть з ладу 160 верстатів.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини *x* заданий таблицею

x	1	3	5	7	9
p	0,4	0,3	0,2	0,09	0,01

Знайти функцію розподілу $X(\delta, \delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta, \delta)$.

8.

Два мисливця стріляють по качкам. Для першого мисливця імовірність влучити в качку при одному пострілі дорівнює 0,6. Кількість качок, збитих мисливцями, що зробили по одному пострілу, є випадковою величиною, математичне сподівання якої дорівнює 1,3. Яка ймовірність збити качку для другого мисливця?

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *X* і *Y*, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

y \ *x*	2	3	4	5
–3	0,1	0,4	—	—
–2	—	0,2	0,05	—
–	0,05	—	0,1	0,1

Варіант 5

1. На вітрині прилавку довільно виставлені 5 вазочок з цукерками різної вартості. Знайти імовірність того, що дві вазочки з найдорожчими цукерками опиняться поруч.

2. Робляться два постріли по мішені. Знайти протилежні події до суми і добутку подій: відбулося хоча б одне попадання; був хоч б один промах.

3. 10 % стандартної продукції виготовляється вищого ґатунку, 30 % — першого ґатунку. Інша стандартна продукція виготовляються другого ґатунку. Знайти імовірність виготовлення продукції другого ґатунку, якщо процент браку дорівнює 1.

4. На завод потрапляють литво в болванках з трьох ливарних заводів. З першого заводу потрапляє 20 % литва, з другого — 50 %, з третього — 30 %. Частка дефектних болванок на першому заводі становить 20 %, на другому — 10, на третьому — 15. Взята навдачу болванка виявилася дефектною. Визначити ймовірність того, що вона надійшла з другого заводу.

5. Спостереженнями встановлено, що в деякій місцевості після полудня небо безхмарне в середньому 2 дні з 3. Знайти ймовірність того, що протягом тижня хмари після полудня будуть відсутні як мінімум 5 днів.

6. Імовірність отримання деякого розміру деталі в межах заданого допуску дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з 500 виготовлених деталей непридатними виявляться не більше 60.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини $X(\delta, \delta)$ заданий таблицею

x	–5	–4	–3	–2	–1	0
p	0,05	0,15	0,2	0,25	0,3	0,05

Знайти функцію розподілу випадкової величини $X(\delta, \delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta, \delta)$.

8. З урни, що містить 7 білих і 3 чорних кулі, витягається по одній колі без повернення до появи білої кулі. Знайти закон розподілу числа витягнутих чорних куль. Визначити математичне сподівання і дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *X* і *Y*, якщо відоме двомірне розподіл цих величин:

X / Y	–2	–1	0	1	2
1	0,2	0,1	—	0,05	—
2	0,05	—	0,1	0,3	—
3	—	0,05	—	0,05	0,1

Варіант 6

1. При перевезенні 15 000 виробів одного виду і 25 000 виробів іншого виду два вироби було пошкоджено. Знайти імовірність того, що пошкоджені вироби різних видів.

2. Підкидають 2 монети. Чи утворюють повну групу подій такі події: поява хоча б одного герба, поява хоча б однієї цифри.

3. Дві з п’яти платформ, що прибули на станцію, навантажені деталями для заводу А. Знайти ймовірність того, що ці платформи не будуть серед перших двох розвантажених платформ.

4. Деякий механізм складається з двох деталей А, п’яти деталей Б, однієї деталі В, шести деталей Г і чотирьох деталей Д. Імовірність пошкодження деталі А дорівнює 0,02, деталі Б — 0,05, деталі В — 0,10, деталі Г — 0,13 і деталі Д — 0,09. Механізм вийшов з строю. Визначити імовірність того, що несправною виявилася деталь Г.

5. Завод телефонних апаратів дає 2 % браку. На дослідження взято 4 апарати. Знайти імовірність того, що серед них буде не більше трьох зіпсованих.

6. В результаті перевірки якості зерна, приготованого для посіву, встановлено, що схожі 90 % зерен. Визначити імовірність того, що серед 500 довільно обраних зерен після посадки проросте від 440 до 490 зерен.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

x	1	5	9	13	17
p	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

Знайти функцію розподілу випадкової величини $X(\delta, \delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta, \delta)$.

8. Стрілець стріляє по мішені до першого влучення, маючи в запасі 4 патрони. Імовірність влучення при кожному пострілі дорівнює 0.6. Знайти закон розподілу випадкової величини, значення якої дорівнюють кількості витрачених патронів. Визначити математичне сподіванняі дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин X і Y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

X / Y	1	3	3
–3	0,4	0,05	0,05
–2	—	0,3	—
–1	—	—	0,2

Варіант 7

1. В 10 однакових коробках лежать торти різних видів: 5 тортів — одного виду, 3 — другого і 2 — третього. Випадково беруть три коробки. Знайти імовірність того, що хоча б 2 з них містять торти одного і того ж виду.

2. Підкидають дві монети. Чи є протилежними події: поява двох гербів; поява двох цифр?

3. З партії виробів товарознавець відбирає вироби вищого ґатунку. Імовірність того, що випадково взятий виріб виявиться вищого ґатунку, дорівнює 0,8. Знайти імовірність того, що з 4 перевірених виробів хоча б один виріб буде вищого ґатунку.

4. Наладчик обслуговує 4 верстати типу А і 6 верстатів типу В. Один верстат типу А потребує наладки з імовірністю 0,3, а верстат типу В — 0,2. Знайти імовірність того, що верстат, що потребує уваги наладчика, є верстатом типу А.

5. Нормальна частота захворюваності певним захворюванням серед великої рогатої худоби складає 25 %. Для перевірки вакцини обирають 6 здорових тварин і роблять щеплення. У припущенні, що вакцина абсолютно недійова, знайти імовірність того, що захворіє не більше 2 тварин.

6. В певній місцевості за 120 зимових днів снігопад буває в середньому 45 днів. Знайти імовірність того, що у поточну зиму в цій місцевості буде не більше 40 днів з снігопадом.

7. Закон розподіл дискретної величини X заданий таблицею

x	–2	–1	0	2	4
p	0,1	0,3	0,2	0,3	0,1

Знайти функцію розподілу випадкової величини $X(\delta,\ \delta)x$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta,\ \delta)$.

8. Стрілець робить три постріли по мішені. Імовірність влучення в мішень при кожному пострілі дорівнює 0,4. За кожне влучення стрільцю зараховується 5 балів. Знайти закон розподілу кількості вибитих балів. Визначити математичне сподіванняі дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин X і Y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

Y \ X	–1	0	1
–1	0,2	—	0,05
0	0,05	0,1	—
1	—	0,05	0,2
2	0,05	—	0,1
3	—	—	0,2

Варіант 8

1. У ліфт 9-поверхового будинку на першому поверсі увійшли 3 людини. Кожен з пасажирів з однаковою імовірністю може вити на будь-якому поверсі, починаючи з третього. Яка ймовірність того, що всі пасажири вийдуть на різних поверхах.

2. З колоді карт виймають дві карти. Чи є протилежними події: виявлення двох червоних карт; поява двох чорних карт?

3. Брак валиків за довжиною складає 3,5 %, а брак за діаметром складає 2 % від кількості валиків, забракованих за довжиною. Брак валиків, забракованих лише за діаметром дорівнює 1,9 %. Знайти ймовірність того, що валик матиме стандартний діаметр.

4. Імовірність появи браку на першому верстаті дорівнює 0,02, на другому — 0,03, третьому — 0,01. Продуктивність першого верстата вдвічі більша, ніж другого, а продуктивність третього верстата втричі більша, ніж першого. Знайти імовірність того, що взяти випадково деталь виявиться нестандартною.

5. Експедиція видавництва відправила журнали в три поштових відділення. Імовірність своєчасної доставки журналів в кожне з поштових відділень дорівнює 0,85. Знайти ймовірність того, що не більше ніж одне поштове відділення отримає журнали із запізненням.

6. Імовірність того, що довільна взята деталь, підійде до збираємого вузла, дорівнює 0,9. Знайти імовірність того, що при збиранні 100 вузлів не менше 70 довільно взятих деталей підійдуть без подальшої підгонки.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

X	2	5	8	11	14	17
p	0,4	0,29	0,15	0,1	0,05	0,01

Знайти функцію розподілу випадкової величини $X(\delta,\ \delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta,\ \delta)$.

8. В партії з 6 деталей є 4 стандартних. Випадково відібрані 3 деталі. Скласти закон розподілу кількості стандартних деталей серед відібраних. Визначити математичне сподівання і дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин x і y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

Y \ X	0	1	2	3
–2	0,1	0,1	—	—
–1	0,1	0,1	0,1	—
0	—	0,1	0,1	0,05
1	—	—	0,05	0,1
2	—	—	—	0,1

Варіант 9

1. 9 деталей, виготовлених робітником за робочий день, довільним чином покладено у три ящики. Знайти ймовірність того, що в першому ящику буде три деталі, у другому — 4, а в третьому — 2.

2. Монета підкидається 2 рази. Чи є несумісними події: поява герба в 1 досліді; поява хоча б однієї цифри при обох підкидання.

3. Імовірності п’ятирічної служби кожної з чотирьох деталей механізму дорівнюють 0,5; 0,6; 0,7; 0,9. Знайти імовірність того, що механізм зіпсується через 5 років.

4. На складі є 12 контейнерів з деталями, виготовленими на заводі А, 25 контейнерів — на заводі В і 13 контейнерів — на С. Кожен день зі складу забирається один контейнер. Знайти імовірність того, що на другий день буде взято контейнер, виготовлений на заводі В, а в третій день — на заводі А.

5. Схожість насіння рослин складає 90 %. Знайти імовірність того, що з 4-х посіяних насінин проросте не більше двох насінин.

6. Здійснюється 400 дослідів з імовірністю настання події А, що дорівнює 0,6. Знайти імовірність того, що число появи події а менше, ніж в 2 рази перевищує число появ протилежних подій.

7. Закон розподіл дискретної випадкової величини *X* задано таблицею:

x	1	2	3	4	5	6
p	0,01	0,09	0,17	0,26	0,34	0,13

Знайти функцію розподіл випадкової величини *x* і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*.

8. Імовірність влучення при одному пострілі дорівнює 0,2. Постріли здійснюються до першого влучення і потім припиняються. Знайти закон розподіл для числа зроблених пострілів. Знайти математичне сподіваннявипадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *x* і *y*, якщо відомий двовимірний розподіл цих величин:

Y \ X	0	2	4	6
–2	0,2	0,05	—	0,05
–1	—	0,2	—	—
0	—	0,05	0,1	—
1	0,05	—	—	0,3

Варіант 10

1. Серед 10 деталей є одна бракована. Випадково вибрано 4 деталі. Знайти імовірність того, що серед них виявиться бракована деталь.

2. Монета підкидається 3 рази. Чи є протилежними події: поява герба при першому підкиданні; поява цифр при другому і третьому підкиданнях?

3. Наладчик обслуговує 5 верстатів. Імовірність того, що протягом години перший верстат потребуватиме його втручання, дорівнює 0,1; другий верстат — 0,25; третій — 0,15; четвертий — 0,2; п’ятий — 0,1. Визначити імовірність того, що протягом години як мінімум один верстат потребуватиме втручання наладчика.

4. На першому верстаті виготовлено 700 деталей, на другому — 550, на третьому — 750. Взята випадково деталь виявилася стандартною. Знайти імовірність того, що ця деталь виготовлена на другому верстаті, якщо процент браку на цих верстатах відповідно дорівнює: 0,5; 0,2; 0,3.

5. Імовірність затримки вильоту літаків у зимовий день дорівнює 0,9. Знайти імовірність того, що з п’яти зимових днів буде не більше одного дня, в якому відбудеться запізнення вильоту літаків.

6. В даному водосховищі імовірність зменшення рівня води за день вище норми дорівнює 0,25. Знайти імовірність того, що протягом не менше, ніж 70 днів з 90, зменшення рівня води буде в межах норми.

7. Закон розподіл дискретної випадкової величини *X* задано таблицею:

X	–1	0	3	4
p	0,1	0,3	0,2	0,4

Знайти функцію розподілу випадкової величини *X* і побудувати її графіки. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*.

8. В ящику лежать 50 куль з цифрами 1, 2 і 3. Куль з цифрою 2 в два рази більше, ніж куль з цифрою 3. Нехай значення випадкової величини є цифра, що стоїть на вийнятій кулі. Знайти кількість куль кожного виду, якщо математичне сподіванняцієї випадкової величини дорівнює 1,4. Знайти дисперсію цієї випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *X* і *Y*, якщо відомо двовимірне розподіл цих величин:

Y \ *X*	–1	0	1	2
–3	0,1	—	0,05	0,05
–2	0,1	0,2	0,5	—
–1	—	0,05	0,1	—
0	0,05	0,05	—	0,2

Варіант 11

1. Виготовлено 8 деталей, з яких 2 деталі вищого ґатунку. Деталі використовуються порівно двома робітниками при збиранні механізму. Знайти імовірність того, що деталі вищого ґатунку потраплять до робітників.

2. З яких елементарних виходів складається добуток подій: поява одного герба при підкиданні двох монет; поява однієї цифри при підкиданні двох монет.

3. Виготовлено 50 деталей, з яких 20 вищого ґатунку. Знайти імовірність того, що з трьох перевіряємих деталей виявиться вищого ґатунку.

4. Існує 3 партії телефонних апаратів. Відомо, що в І і ІІІ партіях всі апарати задовольняють технічним вимогам, а у ІІ партії технічним умовам відповідають 4/5 апаратів. Знайти імовірність того, що випадково взятий апарат виявиться доброякісним.

5. На ділянці працює 6 верстатів. Імовірність зупинки верстату на якій-небудь причині дорівнює 0,01. Знайти імовірність того, що в деякий момент часу працюватимуть не менше 5 верстатів.

6. Імовірність виготовлення консервної банки з недостатньою герметизацією дорівнює 0,002. Серед скількох випадково відібраних банок можна з імовірністю 0,98 очікувати відсутність бракованих?

7. Закон розподіл дискретної випадкової величини *X* задано таблицею

x	–1	1	2	3	5
p	0,3	0,25	0,2	0,1	0,15

Знайти функцію розподілу випадкової величини *X* і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*.

8. Відомо, що в даному водоймищі 40 % коропів і 60 % інших риб. Всі риби з рівною імовірністю потрапляють на гачок. Рибалка вивуджує 5 риб. Знайти закон розподіл числа спійманих коропів. Визначити математичне сподіванняі дисперсію цієї випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин *x* і *y*, якщо відомий двовимірний розподіл цих величин:

y \ *x*	1	3	5
0	0,3	0,05	—
1	0,1	0,2	0,1
2	0,05	—	0,2

Варіант 12

1. З партії деталей, серед яких 5 стандартних і 3 браковані, випадково взяті 4 деталі. При перевірці виявилося, що перші 2 з 4 деталей стандартні. Знайти імовірність того, що наступна деталь, що перевіряється, буде стандартною.

2. Гральна кістка кидається два рази. Чи утворюють повну групу подій наступні події: випадання кількості балів, що становлять у сумі 2 або 12; випадіння числа балів більшого 1 на кожній кістці; випадіння числа балів менше 6 на кожній кістці?

3. При виготовленні деталі здійснюються три технологічні операції. Імовірність появи браку при кожній з них дорівнюються 0,2; 0,3; 0,1. Знайти імовірність того, що деталь буде повернена для виправлення в якій-небудь одній операції.

4. Фабрика А виробляє 50 % виробів 1-го ґатунку, 40 % — 2-го ґатунку і 10 % — 3-го. Фабрика В виробляє 70 % виробів 1-го ґатунку, 20 % — 2-го і 10 % — 3-го. Знайти ймовірність того, що вироби, що потрапили до магазину, виявляться першого ґатунку, якщо відомо, що імовірність того, що вони першого ґатунку, дорівнює 0,65.

5. При транспортуванні кожних 100 коробок з апаратурою вміст одного з коробок потребує додаткового регулювання. Знайти ймовірність того, що при відкриванні трьох коробок, що надійшли на дане підприємство, виявилось, що апаратура, яка міститься у двох ящиках, не потребує регулювання.

6. При штампуванні металевих клем отримуємо в середньмоу 99 % придатних. Знайти імовірність наявності від 790 до 820 придатних клем в партії з 900 клем.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

X	–2	–1	0	1	2
p	0,25	0,2	0,1	0,3	0,15

Знайти функцію розподілу випадкової величини X і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини X.

8. Два стрільці вибивають 8, 9 і 10 балів з такими законами розподілу:

I		
8	9	10
0,1	0,1	0,8

II		
8	9	10
0	0,3	0,7

Скласти закон розподіл для суми числа балів, вибитих обома стрільцями, і двома способами обчислити математичне сподіванняі дисперсію для цього закону.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величини X і Y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

y \ x	1	2	3	4	5
–1	0,2	0,05	—	—	—
0	0,05	0,2	0,2	0,05	—
1	—	—	0,05	0,1	—
2	—	—	—	—	0,1

Варіант 13

1. В групі 12 студентів, серед яких 8 відмінників. Випадково відібрані 9 студентів. Знайти імовірність того, що серед відібраних студентів виявиться 5 відмінників.

2. Робляться 3 постріли по мішені. Чи утворюють повну групу подій такі події: відбулося хоча б одне влучення; був хоча б один промах; було не більше двох влучень.

3. Місто постачають електроенергією три електростанції. I-ша електростанція дає 35 % всієї електроенергії, II-га — 28 %, III — 37 %. Імовірності поламки електростанцій протягом року відповідно дорівнюють 0,01; 0,02; 0,03. Для сумісної роботи підприємств міста потрібно 70 % всієї електроенергії. Знайти імовірність того, що протягом року всі підприємства міста отримають необхідну кількість електроенергії.

4. Верстат обробляє 3 види деталей, причому весь його час розподіляється між ними у співвідношенні 1:3:6. При обробці деталі I виду він працює з максимальною для нього напругою протягом 60 % часу, при обробці деталі II виду — 30 % і III — 50 %. У випадково обраний момент часу верстат працював з максимальним навантаженням. Знайти імовірність того, що в цей час верстат опрацьовував деталь III виду.

5. На кожні 100 виробів заводу А припадає 20 нестандартних. Фабрика отримала партію з 7 виробів заводу А. Яка імовірність того, що серед них не більше двох стандартних?

6. Скільки родзинок мають містити в середньому сдобні булочки, щоб імовірність мати хоча б одну родзинку в булочці дорівнювала 0,99.

7. Закон розподіл дискретної випадкової величини X задано таблицею:

x	–2	–1	0	1	2
p	0,2	0,1	0,15	0,4	0,15

Знайти функцію розподілу випадкової величини X і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини X.

8. Випадкова величина x може набувати значень 1, 2, і 3. Математичне сподівання випадкової величини X дорівнює 2, 3, а математичне сподівання квадрата випадкової величини X дорівнює 5, 6. Знайти закон розподілу X.

9. Знати коефіцієнт кореляції випадкових величин x і y, якщо відомо двовимірне розподіл цих величин.

Y \ X	0	1	2
1	0,2	0,1	—
2	0,1	0,3	0,05
3	—	0,05	0,1
4	—	—	0,1

Варіант 14

1. Автобус має зробити 5 зупинок. Знайти імовірність того, що жодні 2 пасажири з 4, що їдуть у автобусі, не вийдуть на одній і тій самій зупинці.

2. Підкидаються дві гральні кості. Чи будуть сумісними наступні події: на другій кості випаде в два рази більше балів, ніж на першій; на обох костях випаде непарна кількість балів?

3. Три стрільці зробили по одному пострілу по цілі. Дві кулі влучили в ціль. Знайти імовірність того, що перший стрілець влучив у ціль, якщо імовірність влучення в ціль I-м, II-м, III-м стрільцями відповідно дорівнюють 0,6; 0,4; 0,5.

4. Для участі у студентській олімпіаді з першої групи курсу виділені 4 людини, з другої — 6, з третьої — 5. Імовірність того, що студент з першої групи потрапить у збірну команду інституту, дорівнює 0,4; з другої — 0,5; з третьої — 0,8. До якої групи імовірніше всього належить I студент, що потрапив у збірну команду?

5. Перфораторщиця набила для ЕОМ 8 перфокарт. Імовірність того, що одна перфокарта набита невірно, дорівнює 0,1. Знайти імовірність того, що хоча б 7 перфокарт були набиті правильно.

6. Автоматична телефонна станція отримує в середньому за годину 300 викликів. Яка імовірність того, що за дану хвилину вона отримає рівно 2 виклики?

7. Закону розподіл дискретної випадкової величини X задано таблицею:

x	–2	–1	0	1	2	3
p	0,5	0,3	0,05	0,05	0,08	0,02

Знайти функцію розподіл випадкової величини x і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини x.

8. На верстаті виготовляється 90 % деталей без дефектів. Скласти закон розподіл числа дефектних деталей, виявлених в результаті перевірки 3-х довільних деталей. Знайти математичне сподіванняі дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин x і y, якщо задано двомірний розподіл цих величин:

x	2	5	8

y			
–2	0,3	0,05	—
0	—	0,2	—
2	—	0,1	—
4	—	0,1	—
6	—	0,05	0,2

Варіант 15

1. В автобусному парку є 5 машин маршруту № 10 і 8 машин маршруту № 17. З початку робочого дня машини виходять на лінію у довільному порядку. Яка імовірність того, що серед перших 4 машин вийде рівно 3 автобуса маршруту № 10.

2. Підкидаються дві монети. Розглянемо 3 події: на першій монеті випадає герб; на другій монеті випадає герб; на обох монетах з’явилося одне і те саме. Чи будуть події попарно незалежні? Чи будуть незалежними три події?

3. 20 дітей були вивезені за місто. 5 з них обгоріли на сонці, 8 були покусані комарами і 10 осіб не постраждали. Яка імовірність того, що обгорілий хлопчик не був покусаний комарами?

4. У піраміді встановлені 5 гвинтівок, з яких 3 обладнані оптичним прицілом. Імовірність того, що стрілець вразить мішень при пострілі з гвинтівки з оптичним прицілом, дорівнює 0,95; для гвинтівки без оптичного прицілу ця імовірність дорівнює 0,7. Знайти імовірність того, що мішень буде вражена, якщо стрілець виконає один постріл з випадково взятої гвинтівки.

5. У родині 5 дітей. Вважаючи однаковими імовірності народження хлопчика і дівчинки, знайти імовірність того, що у родині у два рази більше дівчаток, ніж хлопчиків.

6. Електростанція обслуговує мережу з 10 000 ламп, імовірність включення кожної з яких у зимовий вечір дорівнює 0,7. Обчислити імовірність того, що число одночасно включених ламп буде більше 8000.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

X	–4	–3	–2	–1	0
p	0,15	0,2	0,04	0,02	0,59

Знайти функцію розподіл випадкової величини x і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини x.

8. Здійснюються послідовні незалежні випробування 5 приладів на надійність. Кожен наступний прилад випробовується лише в тому випадку, коли попередній виявився надійним. Знайти закон розподілу випадкової кількості випробовуваних приладів, якщо імовірність витримати випробовування для кожного з них дорівнює 0,9. Знайти математичне сподіванняі дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин X і Y, якщо задано двовимірний розподіл цих величин:

Y \ X	1	2	3
–3	0,4	0,05	0,05
–2	0,1	0,3	0,1

Варіант 16

1. На стоянці автомобілів можна помістити 12 машин в один ряд. Яка імовірність того, що 3 місця, що виявилися вільними, розташовані одне за одним поруч?

2. За яких умов сума двох подій дорівнює їх добутку?

3. Імовірність безвідмовної роботи блоку, що входить у систему, протягом заданого часу дорівнює 0,8. Для підвищення надійності встановлюють такий самий резервний блок. Потрібно знайти, якою стане імовірність безвідмовної роботи системи з врахуванням резервного блоку.

4. У лікарню потрапляють в середньому 50 % хворих із захворюванням А, 30 % — із захворюванням В, 20 % — із захворюванням С. Імовірність повного одужання при захворюванні А дорівнює 0,7; захворюванні В — 0,6; захворюванні С — 0,9. Хворий, що потрапив до лікарні, був виписаний здоровим. Знайти імовірність того, що хворий не хворів захворюванням А.

5. Імовірність прийому радіосигналу при кожному передаванні дорівнює 0,8. Знайти імовірність того, що при чотирикратному передаванні сигнал буде прийнято не менш як 3 рази.

6. 10 000 кульок довільного розподіляються у 9 ящиків. Яка імовірність того, що до 1 ящика потрапить не менше 1100 і не більше 1200 кульок?

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею

X	–5	–4	–3	–2	–1
p	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3

Знайти функцію розподіл випадкової величини x і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини x.

8. Пристрій складається з 4 механізмів, що працюють незалежно. Імовірності відмови приладів 0,3; 0,2; 0,2; 0,1. Знайти закон розподіл числа механізмів, що відмовили. Знайти математичне сподіванняі дисперсію випадкової величини.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин x і y, якщо задане двомірне розподіл цих величин:

y \ x	1	2	3	4
–2	0,2	0,1	—	—
–1	0,05	0,2	—	—
0	—	0,05	0,2	0,2

Варіант 17

1. З партії деталей, серед яких 5 стандартних і 3 браковані, випадково взяті 4 деталі. При перевірці виявилося, що перші 2 з 4 деталей стандартні. Знайти імовірність того, що наступна деталь, що перевіряється, буде стандартною.

2. Гральна кістка кидається два рази. Чи утворюють повну групу подій наступні події: випадання кількості балів, що становлять у сумі 2 або 12; випадіння числа балів більшого 1 на кожній кістці; випадіння числа балів менше 6 на кожній кістці?

3. При виготовленні деталі здійснюються три технологічні операції. Імовірність появи браку при кожній з них дорівнюються 0,2; 0,3; 0,1. Знайти імовірність того, що деталь буде повернена для виправлення в якій-небудь одній операції.

4. Фабрика А виробляє 50 % виробів 1-го ґатунку, 40 % — 2-го ґатунку і 10 % — 3-го. Фабрика В виробляє 70 % виробів 1-го ґатунку, 20 % — 2-го і 10 % — 3-го. Знайти ймовірність того, що вироби, що потрапили до магазину, виявляться першого ґатунку, якщо відомо, що імовірність того, що вони першого ґатунку, дорівнює 0,65.

5. При транспортуванні кожних 100 коробок з апаратурою вміст одного з коробок потребує додаткового регулювання. Знайти ймовірність того, що при відкриванні трьох коробок, що надійшли на дане підприємство, виявилось, що апаратура, яка міститься у двох ящиках, не потребує регулювання.

6. При штампуванні металевих клем отримуємо в середньмоу 99 % придатних. Знайти імовірність наявності від 790 до 820 придатних клем в партії з 900 клем.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини X задано таблицею:

X	–2	–1	0	1	2

p	0,25	0,2	0,1	0,3	0,15

Знайти функцію розподілу випадкової величини X і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини X.

8. Два стрільці вибивають 8, 9 і 10 балів з такими законами розподілу:

I		
8	9	10
0,1	0,1	0,8

II		
8	9	10
0	0,3	0,7

Скласти закон розподіл для суми числа балів, вибитих обома стрільцями, і двома способами обчислити математичне сподіванняі дисперсію для цього закону.

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величини X і Y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

y \ x	1	2	3	4	5
–1	0,2	0,05	—	—	—
0	0,05	0,2	0,2	0,05	—
1	—	—	0,05	0,1	—
2	—	—	—	—	0,1

Варіант 18

1. В ліфт на першому поверсі увійшли 3 чоловіки і 3 жінки. Кожний з 6 осіб з однаковою імовірністю виходить на одному з 3х верхніх поверхів. Яка імовірність того, що на кожному з цих поверхів вийде один чоловік і одна жінка.

2. Підкидаються дві гральні кості. Чи протилежні події: поява хоча б однієї парної цифри на першій кості; поява хоча б одної непарної цифри на другій кості?

3. На підприємстві 96 % виробів виробляють придатними. В кожній сотні придатних деталей виявляється 75 виробів I ґатунку, інші — другого ґатунку. Знайти імовірність того, що випадково взятий виріб підприємства буде II ґатунку.

4. Кінескоп телевізора може належати до однієї з трьох партій з імовірностями 0,25; 0,5 і 0,25. Імовірності того, що кінескоп працюватиме задану кількість годин для цих партій відповідно дорівнюють 0,2; 0,4 і 0,1. Кінескоп не пропрацював задану кількість годин. Визначити ймовірність того, що він не взятий з другої партії.

5. Опитування показало, що в деякому місті 60 % працюючого населення витрачає менше 30 хв. на проїзд до місця роботи. Знайти імовірність того, що з 5 довільно обраних працюючих не менше двох витрачають на дорогу більше 30 хв.

6. Імовірність виходу з ладу верстата після визначеного часу роботи дорівнює 0,7. Знайти імовірність того, що в цеху, в якому 200 верстатів, до кінця вказаного часу вийдуть з ладу 160 верстатів.

7. Закон розподілу дискретної випадкової величини x заданий таблицею

x	1	3	5	7	9
p	0,4	0,3	0,2	0,09	0,01

Знайти функцію розподілу $X(\delta, \delta)$ і побудувати її графік. Знайти середнє квадратичне відхилення випадкової величини $X(\delta, \delta)$.

8.

Два мисливця стріляють по качкам. Для першого мисливця імовірність влучити в качку при одному пострілі дорівнює 0,6. Кількість качок, збитих мисливцями, що зробили по одному пострілу, є випадковою величиною, математичне сподівання якої дорівнює 1,3. Яка ймовірність збити качку для другого мисливця?

9. Знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин X і Y, якщо відомий двомірний розподіл цих величин:

y \ x	2	3	4	5
–3	0,1	0,4	—	—
–2	—	0,2	0,05	—
–	0,05	—	0,1	0,1

1.6. Підсумковий контроль

Підсумковий семестровий контроль проводиться у формі усно-письмового заліку.

1.6.1. Питання для підсумкового контролю

1. Природа випадкових явищ.
2. Предмет теорії ймовірностей.
3. Класична ймовірність.
4. Статистична ймовірність.
5. Геометрична ймовірність.
6. Суб'єктивна ймовірність.
7. Елементи комбінаторики без повторень.
8. Елементи комбінаторики з повтореннями.
9. Співвідношення між подіями.
10. Діаграми Ейлера – Венна.
11. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій.
12. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.
13. Теорема множення ймовірностей.
14. Формула повної ймовірності.
15. Формули Байєса.
16. Формула Бернуллі.
17. Найвірогідніше число настання подій.
18. Локальна теорема Лапласа.
19. Інтегральна теорема Лапласа.
20. Формула Пуассона.
21. Закон розподілу дискретної випадкової величини.
22. Математичне сподівання дискретної випадкової величини та його властивості.
23. Дисперсія та її властивості. Середнє квадратичне відхилення.
24. Теоретичні моменти.
25. Функція розподілу та її властивості.
26. Щільність розподілу, її властивості та зв'язок з функцією розподілу.
27. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
28. Застосування результатів теорії ймовірностей для прийняття управлінських рішень.
29. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева, її значення для практики.
30. Теорема Бернуллі. Підсилений закон великих чисел.
31. Рівномірний розподіл.
32. Показниковий розподіл.
33. Гамма-розподіл.
34. Нормальний розподіл і розподіли, з ним пов'язані.
35. Означення функції випадкової величини.
36. Математичне сподівання функції одного випадкового аргумента.
37. Двовимірні випадкові величини, їх види та основні характеристики.
38. Умовне математичне сподівання.
39. Кореляційний момент, коефіцієнт кореляції.
40. Задача математичної статистики.
41. Способи представлення статистичного матеріалу.
42. Статистики локації.
43. Числові характеристики розсіяння.

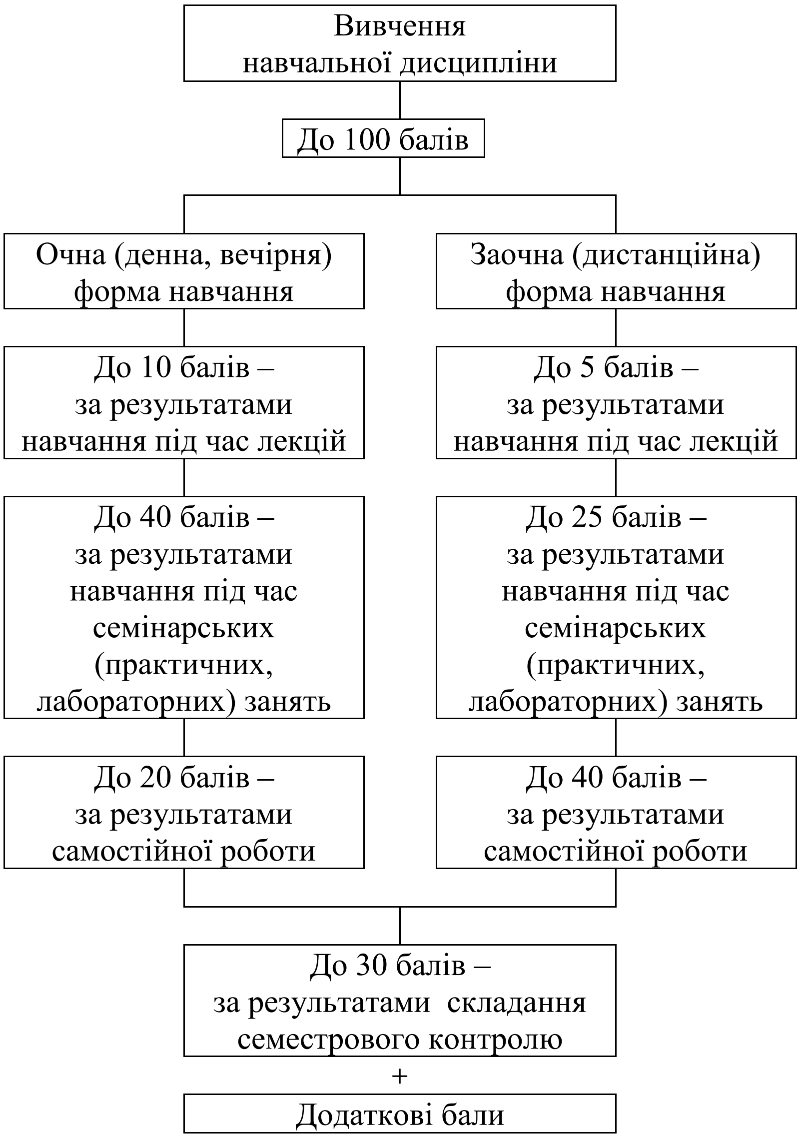
44. Моменти статистичної змінної.
45. Статистика форми.
46.Точкові оцінки.
47.Інтервальні оцінки.
48. Метод моментів.
49. Метод найбільшої правдоподібності.
50.Помилки першого і другого роду при перевірці гіпотез.
51.Основний принцип перевірки статистичних гіпотез.
52.Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.
53.Приклади перевірки гіпотез, що використовуються в економічній практиці.
54. Основні поняття математичної теорії експерименту.
55. Апріорне ранжування факторів.
56. Перевірка значущості коефіцієнта конкордації.
57.Побудова діаграми рангів.
58.Основна ідея дисперсійного аналізу.
59. Загальна, факторна і залишкова дисперсії та зв’язок між ними.
60. Порівняння декількох середніх методом дисперсійного аналізу.
61. Основні задачі теорії кореляції.
62.Знаходження параметрів прямої регресії методом найменших квадратів.
63.Коефіцієнт кореляції, перевірка його значущості.
64.Побудова прямої регресії за даними кореляційної таблиці.
65.Нелінійна кореляція.
66.Лінеаризація кривих.
67.Прогнозування сезонних послуг масового попиту.
68. Поняття про множинну регресію.

1.6.2. Приклад екзаменаційного білету

1. Елементи комбінаторики з повтореннями.
2. Коефіцієнт кореляції, перевірка його значущості
3. Задача. На підприємстві 96 % виробів виробляють придатними. В кожній сотні придатних деталей виявляється 75 виробів І ґатунку, інші — другого ґатунку. Знайти імовірність того, що випадково взятий виріб підприємства буде ІІ ґатунку.

2. Схема нарахування балів

2.1. Нарахування балів студентам з навчальної дисципліни здійснюється відповідно до такої схеми:



2.2. Обсяг балів, здобутих студентом під час лекцій з навчальної дисципліни, обчислюється у пропорційному співвідношенні кількості відвіданих лекцій і кількості лекцій, передбачених навчальним планом, і визначається згідно з додатками 1 і 2 до Положення про організацію освітнього процесу в Хмельницькому університеті управління та права.

З цієї навчальної дисципліни передбачено проведення 8 лекційних занять за денною формою навчання.

Отже, студент може набрати під час лекцій таку кількість балів:

№ з/п	Форма навчання	Кількість лекцій за планом	Кількість відвіданих лекцій								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Денна	9	1,0	1,0	3,5	4,5	5,5	6,5	8	9	10

2.3. З цієї навчальної дисципліни передбачено проведення 18 семінарських заняття за денною формою навчання.

За результатами семінарського (практичного, лабораторного) заняття кожному студенту до відповідного документа обліку успішності виставляється кількість балів від 0 до 5 числом, кратним 0,5, яку він отримав протягом заняття.

Критерії поточного оцінювання знань студентів наведені у п.4.3.8. Положення про організацію освітнього процесу в Хмельницькому університеті управління та права (затвердженого 29 травня 2017 року, протокол № 14).

2.4. Перерозподіл кількості балів в межах максимально можливої кількості балів за самостійну роботу студентів, наведено в наступній таблиці:

9 тем	Номер теми									Усього балів
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Максимальна кількість балів за самостійну роботу	2	2	2	2	2	2	2	2	4	20

3. Рекомендовані джерела

3.1. Основні джерела

1. Грищенко В.О. Теорія ймовірностей і математична статистика для економістів: навчальний посібник. К.: Київський національний торгово - економічний університет, 2000. 168с.
2. Карташов М.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник. К.:ТВІМС, 2014. 304 с.
3. Коваленко І.П, Теорія ймовірності у прикладах і задачах. Чернігів 2019. 294с.
4. Конет І.М., Недокіс В.А. Практикум з теорії ймовірностей. Кам’янець-Подільський: Абетка-світ, 2009. 216с.
5. Конет І.М., Недокіс В.А. Практикум з математичної статистики. – Кам’янець-Подільський: Абетка-світ, 2010. 212с.
6. Пукальський І.Д. Математика для економістів. Теорія ймовірностей і математична статистика. Чернівці: Чернівецький національний університет, 2010. 96 с.
7. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник. К.: Центр навчальної літератури, 2004. 446 с

3.2. Допоміжні джерела

8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособ. М.: Высш. шк., 2004. 368 с.

3.3 Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. http://posibnyky.vntu.edu.ua/t_i/z.htm
2. http://profimath.simplesite.com
3. Google classroom предмету Теорія ймовірності та математична статистика

https://classroom.google.com/u/0/w/MTg0NjY4MTE2Mzla/t/all

Розробник навчально-методичних матеріалів:

Викладач дисципліни:
доцент кафедри математики, статистики та інформаційних технологій, кандидат економічних наук, доцент

________________________ Тетяна ФАСОЛЬКО

11 вересня 2020 року

Схвалено кафедрою математики, статистики та інформаційних технологій 15 вересня 2020 року, протокол № 2.

Завідувач кафедри ______________________ Роман КУЛИНИЧ

15 вересня 2020 року

Декан факультету управління та економіки

________________________ Тетяна ТЕРЕЩЕНКО

21 вересня 2020 року

Погоджено методичною радою університету 22 жовтня 2020 року, протокол № 2.

Голова методичної ради __________________ Ірина КОВТУН
23 жовтня 2020 року

Обліковий обсяг – 1,6 ум.др.арк.